**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ**

**ВІДОКРЕМЛЕНИЙ СТРУКТУРНИЙ ПІДРОЗДІЛ «РІВНЕНСЬКИЙ ФАХОВИЙ КОЛЕДЖ НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ БІОРЕСУРСІВ І ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ»**

****

**Вища математика**

**Методичні вказівки до самостійного опрацювання навчального матеріалу з дисципліни для здобувачів освіти ОПС «Фаховий молодший бакалавр» спеціальності**

**076 Підприємництво, торгівля та біржова діяльність**

**2022**

**Укладач:**

**Петрівська Людмила Олексіївна**, викладачматематичних дисциплін, спеціаліст вищої категорії, викладач-методист, магістр математики.

**Рецензент:**

**Юхимчук Юлія Петрівна**,викладачматематичних дисциплін, спеціаліст вищої категорії, викладач-методист, магістр математики.

У методичних вказівках подано орієнтований тематичний план до самостійного опрацювання навчального матеріалу з дисципліни «Вища математика» для здобувачів освіти ОПС «Фаховий молодший бакалавр» спеціальності 076 Підприємництво, торгівля та біржова діяльність.

Методичні вказівки включають: перелік тем і питань для самостійної роботи, літературу, методичні рекомендації, питання для самоконтролю, перелік питань і рекомендованої літератури для рефератів.

Рекомендовано цикловою комісією загальноосвітніх дисциплін

Протокол № 1 від 30 серпня 2022 року

© Петрівська Л. О., 2022

**ВСТУП**

На сучасному етапі розвитку економіки важливу роль відіграє базова підготовка спеціалістів. Одним із її важливих елементів є вивчення дисциплін математичного циклу.

Основне завдання дисципліни «Вища математика» забезпечити міцне і свідоме оволодіння системою математичних знань, умінь і навичок, які необхідні для подальшого глибокого засвоєння багатьох базових та професійно-орієнтованих дисциплін, а також засвоєння їх у практичній діяльності.

Подальша підготовка фахівців економічного напрямку потребує знання основ вищої математики – фундаменту математичної освіти економіста. Вона вимагає прищеплення навичок математичного дослідження, аналізу та прогнозування прикладних процесів. Студент повинен уміти формувати економічну задачу у математичних термінах та знаходити шляхи розв'язання отриманої моделі.

У результаті вивчення дисципліни студент повинен **знати:**

* визначники другого, третього, *n*-го порядку та їх властивості;
* правило Крамера;
* матриці та їх властивості;
* означення оберненої матриці, правило її знаходження;
* рівняння прямої на площині, в просторі;
* рівняння площини;
* умови паралельності, перпендикулярності прямих;
* кут між прямими;
* рівняння кривих другого порядку: кола, еліпса, гіперболи, параболи;
* властивості кривих другого порядку;
* означення границі послідовності;
* означення границі функції в точці;
* основні теореми про границі;
* означення неперервної функції;
* означення похідної, диференціала функції;
* геометричний та фізичний зміст похідної, диференціала;
* основні теореми диференціального числення;
* таблицю похідних основних елементарних функцій;
* теореми про необхідні і достатні умови існування екстремуму функції;
* означення функції багатьох змінних, частинних похідних;
* теорему про необхідну умову існування точок екстремуму функції двох змінних;
* означення первісної, невизначеного і визначеного інтеграла;
* основні методи інтегрування;
* формулу Ньютона-Лейбніца;
* означення диференціального рівняння першого порядку, рівняння з відокремленими та відокремлюваними змінними, розв'язку диференціального рівняння;

**Уміти:**

• обчислювати визначники другого, третього, *n*-го порядку;

* розв'язувати систему лінійних рівнянь за правилом Крамера;
* виконувати дії над матрицями;
* знаходити обернену матрицю;
* розв'язувати систему лінійних рівнянь матричним способом;
* розв'язувати систему лінійних рівнянь методом Гауcса;
* досліджувати взаємне розміщення прямих;
* знаходити кут між прямими;
* досліджувати властивості і будувати лінії другого порядку;
* будувати та перетворювати графіки функцій;
* обчислювати границі функцій;
* досліджувати функції на неперервність;
* знаходити похідні;
* застосовувати похідні до дослідження і побудови графіків функцій;
* знаходити найбільше та найменше значення функції на відрізку;
* досліджувати функції двох змінних на екстремум;
* знаходити невизначений інтеграл;

• обчислювати визначений інтеграл;

* обчислювати площу фігур та об'єми тіл за допомогою визначеного інтеграла;
* розв'язувати диференціальні рівняння першого порядку;
* формулювати економічну задачу в математичних термінах і знаходити шляхи розв'язку цієї задачі;
* аналізувати одержані результати і на їх основі створювати практичні рекомендації.

Після вивчення дисципліни «Вища математика» у здобувачів освіти формуються такі **компетентності.**

**Загальні:**

Базові знання фундаментальних розділів математики, в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань.

**Програмні результати навчання.**

Після вивчення дисципліни «Вища математика» у здобувачі освіти повинні вміти застосовувати математичні знання під час розв’язання загально математичних та професійних задач.

Самостійне вивчення матеріалу з дисципліни «Вища математика», передбачене програмою, є запорукою того, що студент зможе самостійно використовувати отримані знання і вміння у навчальному процесі у курсі дисциплін «Економіка підприємства», «Фінанси підприємства», «Бухгалтерський облік», «Інформаційні системи і технології у комерційній діяльності» і на виробництві.

**Тематичний план самостійного вивчення тем з дисципліни**

**«Вища математика»**

**ОКР Фаховий молодший бакалавр**

**за спеціальністю 076 Підприємництво,**

**торгівля та біржова діяльність**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № теми | Вид навчальної діяльності | Назва теми | Кількість годин |
|  |  | **Змістовий модуль 1. Елементи лінійної алгебри** |  |
| **1** |  | **Елементи теорії матриць та визначників.** |  |
|  | самостійне вивчення | Методи обчислення визначників. | 2 |
| **2** |  | **Загальна теорія систем лінійних рівнянь.** |  |
|  | самостійне вивчення | Критерії сумісності та визначеності системи лінійних алгебраїчних рівнянь (теорема Кронекера-Капеллі). Ранг матриці. | 2 |
|  |  | **Змістовий модуль 2. Елементи аналітичної геометрії** |  |
| **3** |  | **Елементи векторної алгебри.** |  |
|  | самостійне вивчення | Векторний та мішаний добутки. Властивості, обчислення. | 2 |
| **4** |  | **Пряма на площині.** |  |
|  | самостійне вивчення | Пряма і площина в просторі. Канонічні рівняння прямих та площин. Взаємне розміщення. | 3 |
| **5** |  | **Криві другого порядку.** |  |
|  | самостійне вивчення | Рівняння прямих та кривих другого порядку як математичні моделі економічних залежностей між змінними. | 2 |
|  |  | **Змістовий модуль 3.** **Диференціальне числення функції однієї та багатьох змінних** |  |
| **6** |  | **Функції. Границя і неперервність функції.** |  |
|  | самостійне вивчення | Поняття функції, область визначення, способи задання. Основні елементарні функції, їх властивості та графіки. Перетворення графіків функцій. Застосування функцій в економіці. | 2 |
| **7** |  | **Похідна функції. Застосування похідної.** |  |
|  | самостійне вивчення | Повторення поняття похідної, її фізичний та геометричний зміст. Правила диференціювання. Складена функція та її похідна. Економічний зміст похідної. Темп росту та коефіцієнт еластичності. Похідні вищих порядків. | 2 |
|  | самостійне вивчення | Зростання, спадання функції. Достатня умова монотонності. Екстремум функції. Необхідна і достатня умови існування екстремуму. | 2 |
| **8** |  | **Диференціальне числення функції багатьох змінних.** |  |
|  | самостійне вивчення | Основні види економічних задач на застосування властивостей функцій багатьох змінних та їх розв’язання. | 2 |
|  |  | **Змістовий модуль 4****. Інтегральне числення функції однієї змінної** |  |
| **9** |  | **Невизначений інтеграл.** |  |
|  | самостійне вивчення | Інтегрування найпростіших дробово-раціональних функцій. Інтегрування ірраціональних та тригонометричних функцій. | 2 |
| **10** |  | **Визначений інтеграл та його застосування.** |  |
|  | самостійне вивчення | Обчислення площі криволінійної трапеції та площ плоских фігур за допомогою визначеного інтеграла. | 2 |
| **11** |  | **Диференціальні рівняння.** |  |
|  | самостійне вивчення | Лінійні та однорідні диференціальні рівняння. Рівняння в повних диференціалах. Рівняння, що допускають пониження порядку. | 2 |
|  | самостійне вивчення | Задачі на складання диференціальних рівнянь економічного змісту. | 2 |
|  |  | **Всього** | **27** |

**Перелік тем і питань для самостійної роботи, література, методичні рекомендації, питання для самоконтролю**

**Змістовий модуль 1. Елементи лінійної алгебри**

**Тема 1. Елементи теорії матриць та визначників.**

Методи обчислення визначників.

**Питання для самостійної роботи:**

1. Означення визначників 2-го і 3-го порядків.

2. Властивості визначників.

3. Алгебраїчні доповнення до елементів визначника.

4. Використання пакета комп’ютерної математики MathCad для обчислення визначників.

**Література:**

1. Васильченко І. П. Вища математика для економістів (спеціальні розділи). Видання друге. – К.: Кондор, 2012. – 352 с.

2. Литвин І.І., Конончук О. М., Железняк Г. О. Вища математика. Навчальний посібник. – Київ: Центр навчальної літератури, – 2004. – 368 с.

**Методичні рекомендації:**

1. Підготувати письмові відповіді на питання самоконтролю.

2. Розв’язати вправи.

3. Робота з підручником для самостійного вивчення.

**Питання для самоконтролю:**

1. Які вирази називають визначниками 2-го і 3-го порядків?

2. Сформулюйте основні властивості визначників.

3. Як обчислити алгебраїчні доповнення до елементів визначника.

4. Сформулюйте правило «трикутника» для обчислення визначника третього порядку.

5. Як обчислити визначник, використовуючи алгебраїчні доповнення?

**Вправи для самоперевірки:**

1. Обчислити визначники двома способами:

, .

2. Знайти ранг матриць *А* і *В*:

, .

**Тема 2. Загальна теорія систем лінійних рівнянь.**

Критерії сумісності та визначеності системи лінійних алгебраїчних рівнянь (теорема Кронекера-Капеллі). Ранг матриці.

**Питання для самостійної роботи:**

1. Яка система лінійних алгебраїчних рівнянь називається сумісною?

2. Сформулюйте теорему Кронекера-Капеллі.

3. Що таке ранг матриці? Як знайти ранг матриці?

4. Як записати систему трьох лінійних рівнянь з трьома змінними а матричній формі?

5. Основні етапи розв’язування СЛАР матричним методом.

**Література:**

1. Васильченко І. П. Вища математика для економістів (спеціальні розділи). Видання друге. – К.: Кондор, 2012. – 352 с.

2. Литвин І.І., Конончук О. М., Железняк Г. О. Вища математика. Навчальний посібник. – Київ: Центр навчальної літератури, – 2004. – 368 с.

3. Дубовик В. П. Вища математика. Збірник задач. - К., 2001.

**Методичні рекомендації:**

1. Підготувати письмові відповіді на питання самоконтролю.

2. Розв’язати вправи.

3. Робота з підручником для самостійного вивчення.

**Питання для самоконтролю:**

1. Що таке ранг матриці?

2. Як визначається ранг матриці?

3. Суть теореми Кронекера-Капеллі ?

4. Суть методу розв’язування СЛАР матричним методом.

**Вправи для самоперевірки:**

1. Знайти ранг матриць *А* і *В*:

, .

2. Розв’язати СЛАР матричним методом:

а) , б) .

2. Підприємство випускає продукцію двох видів, використовуючи при цьому

сировину трьох типів. Витрати сировини на виробництво продукції задаються матрицею

,

де  - кількість одиниць сировини -го типу, що використовується на виготовлення одиниці продукції -го виду. План щоденного випуску продукції передбачає 90 одиниць продукції першого виду і 120 одиниць продукції другого виду. Вартість одиниці кожного типу сировини відповідно дорівнює 8, 5 і 10 одиниць. Дослідіть загальні витрати сировини V, необхідної для щоденного випуску продукції, а також загальну вартість С цієї сировини.

3. Мале підприємство виробляє 4 види продукції А, В, С та Д, використовуючи на кожну з них різну кількість двох матеріалів та праці (кількість робочих годин). Конкретна інформація вказана у таблиці:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Вироби | А | В | С | Д |
| Одиниці матеріалу, *Х* | 250 | 300 | 170 | 200 |
| Одиниці матеріалу, *Y* | 160 | 230 | 75 | 0 |
| Кількість робочих годин | 80 | 85 | 120 | 100 |

Охарактеризувати зміст кожного рядка та стовпчика матриці, впорядкованої з цих чисел.

4. Магазин здійснює роздрібний, оптовий продаж, а також продаж по лінії посилторгу товарів. Дані про денний продаж записано в таблиці:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Продаж | Товар (ціна) | | |
| Костюм  (1 тис. грн.) | Пальто  (2 тис. грн.) | Плаття  (0,5 тис. грн.) |
| Роздрібний | 45 | 30 | 50 |
| Оптовий | 38 | 25 | 40 |
| Посилторг | 20 | 15 | 20 |

Обчислити денний прибуток від продажу кожного товару окремо.

**Запитання до змістового модуля №1.**

1. Що називається визначником другого порядку?

2. Як обчислити визначник другого порядку?

3. Що називається визначником третього порядку?

4. Як обчислити визначник третього порядку?

5. Які ви знаєте властивості визначників?

6. Як розв’язати систему рівнянь за допомогою формул Крамера?

7. Що називається матрицею?

8. Які можна виконувати дії над матрицями?

9. Як додати дві матриці?

10. Як помножити дві матриці?

11. Що таке транспонування матриць?

12. Яка матриця називається симетричною?

13. Яка матриця називається еквівалентною?

14. Теорема про існування оберненої матриці?

15. Що таке ранг матриці?

**Змістовий модуль 2. Елементи аналітичної геометрії**

**Тема 3. Елементи векторної алгебри.**

Векторний та мішаний добутки. Властивості, обчислення.

**Питання для самостійної роботи:**

1. Скалярний добуток двох векторів. Основні властивості, обчислення.

2. Векторний добуток. Означення, властивості.

3. Мішаний добуток. Означення, властивості.

4. Застосування скалярного, векторного та мішаного добутків до розв’язання прикладних задач фізики, теоретичної механіки, електроніки.

**Література:**

1. Литвин І.І., Конончук О. М., Железняк Г. О. Вища математика. Навчальний посібник. – Київ: Центр навчальної літератури, – 2004. – 368 с.

1. Яковлєва Т. М . Алгебра і початки аналізу: 2 кн.,- К.,1989.
2. Богомолов М. В. Практичні заняття з математики. - К., 1984.
3. Дубовик В. П. Вища математика. Збірник задач. - К., 2001.

**Методичні рекомендації:**

1. Підготувати письмові відповіді на питання самоконтролю.

2. Розв’язати вправи.

3. Робота з підручником для самостійного вивчення.

**Питання для самоконтролю:**

1. Що називають скалярним добутком векторів?

2. Які властивості має векторний добуток?

3. Як застосовується скалярний, векторний та мішаний добутки до розв’язання прикладних задач фізики, теоретичної механіки, електроніки?

**Вправи для самоперевірки:**

1. Знайти кут між векторами  і .

2. Обчислити площу паралелограма, побудованого на векторах  та 

3. Вершинами трикутника  є точки , , . Обчисліть периметр трикутника .

**Тема 4. Пряма на площині.**

Пряма і площина в просторі. Канонічні рівняння прямих та площин. Взаємне розміщення.

**Питання для самостійної роботи:**

1. Рівняння площини.

2. Кут між двома площинами.

3. Умови паралельності і перпендикулярності площин.

4. Рівняння прямої в просторі.

5. Площина і пряма, їх взаємне розміщення.

**Література:**

1. Яковлєва Т. М . Алгебра і початки аналізу: 2 кн.,- К.,1989.
2. Богомолов М. В. Практичні заняття з математики. - К., 1984.
3. Погорєлов О. М. Геометрія 7-11. - К., 1996.
4. Дубовик В. П. Вища математика. Збірник задач. - К., 2001.
5. Литвин І.І., Конончук О. М., Железняк Г. О. Вища математика. Навчальний посібник. – Київ: Центр навчальної літератури, – 2004. – 368 с.

**Методичні рекомендації:**

1. Підготувати письмові відповіді на питання самоконтролю.

2. Розв’язати вправи.

3. Робота з підручником для самостійного вивчення.

**Питання для самоконтролю:**

1. Запишіть рівняння площини.

2. Запишіть формулу для обчислення кута між площинами.

3. Яка умова паралельності і перпендикулярності площин?

4. Запишіть рівняння прямої в просторі.

5. Яким може бути взаємне розміщення площини і прямої?

**Вправи для самоперевірки:**

1. Дано точки  і . Запишіть рівняння площини, яка проходить через точку *А* і перпендикулярна до вектора .

2. Запишіть рівняння площини, яка проходить через точку  і паралельна векторам  і .

3. Обчисліть кут між прямою  і площиною 

**Тема 5. Криві другого порядку.**

Рівняння прямих та кривих другого порядку як математичні моделі економічних залежностей між змінними.

**Питання для самостійної роботи:**

1. Використання рівняння прямої при визначенні рентабельності транспортного постачання.

2. Використання рівняння прямої під час побудови бюджетної прямої.

Рівняння площини

3. Розв’язування задачі 4.

**Література:**

1. Яковлєва Т. М . Алгебра і початки аналізу: 2 кн.,- К.,1989.
2. Богомолов М. В. Практичні заняття з математики. - К., 1984.
3. Погорєлов О. М. Геометрія 7-11. - К., 1996.
4. Дубовик В. П. Вища математика. Збірник задач. - К., 2001.
5. Литвин І.І., Конончук О. М., Железняк Г. О. Вища математика. Навчальний посібник. – Київ: Центр навчальної літератури, – 2004. – 368 с.

**Методичні рекомендації:**

1. Підготувати письмові відповіді на питання самоконтролю.

2. Розв’язати вправи.

3. Робота з підручником для самостійного вивчення.

**Питання для самоконтролю:**

1. Запишіть рівняння еліпса, гіперболи, параболи.

2. Запишіть рівняння площини, прямої в просторі.

3. Застосування ліній другого порядку до розв’язування задач економічного змісту.

**Вправи для самоперевірки:**

1. Дві фабрики розташовані у двох містах, віддаль між якими 300 км, виготовляють однотипні вироби. Оптова відпускна ціна на ці вироби однакова на обох фабриках і становить *m* грн за один виріб. Фабрика *А* має в розпорядженні транспорт якісно кращий, ніж фабрика *В*: витрати на перевезення одного виробу на 1 км для фабрики *А* становлять 10 грн, а для фабрики *В* – 20 грн. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих фабрик, щоб витрати при перевезенні виробів були найменшими?

2. Підприємство розпочало виробництво верстатів нового типу. Їх випуск відбувається рівномірно, вартість річного обсягу продукції становить 1,5 млн грн., а термін експлуатації верстатів дорівнює 15 рокам. Дослідіть, як зміниться вартість парку верстатів після 2, 5 та 11 років експлуатації.

**Запитання до змістового модуля №2.**

1. Різні види рівнянь прямої на площині.

2. Кут між двома прямими. Умови паралельності та перпендикулярності прямих.

3. Поняття про криві другого порядку на площині.

4. Криві другого порядку: коло.

5. Гіпербола, її канонічне рівняння та властивості.

6. Еліпс, його канонічне рівняння та властивості.

7. Парабола, її канонічне рівняння та властивості.

8. Що називається векторним добутком двох векторів?

9. Які ви знаєте властивості векторного добутку?

10. Які ви знаєте рівняння прямої?

11. Як визначити взаємне розташування двох прямих?

12. Що таке векторні та скалярні величини?

13. Які операції над векторами можна виконувати?

14. Що таке базис?

15. Як знайти довжину вектора?

16. Як знайти кут між векторами?

17. Як знайти скалярний добуток векторів?

18. Як знайти векторний добуток векторів?

19. Як знайти мішаний добуток векторів?

20. Умова колінеарності двох векторів.

21. Умова компланарності двох векторів.

**Змістовий модуль 3. Диференціальне числення функції однієї та багатьох змінних**

**Тема 6. Функції. Границя і неперервність функції.**

Поняття функції, область визначення, способи задання. Основні елементарні функції, їх властивості та графіки. Перетворення графіків функцій. Застосування функцій в економіці.

**Питання для самостійної роботи:**

1. Поняття функції, область визначення, способи задання.

2. Основні елементарні функції, їх властивості та графіки.

3. Перетворення графіків функцій.

4. Неперервність функції в точці та на відрізку.

5. Точки розриву функції, їх класифікація.

**Література:**

1. Литвин І.І., Конончук О. М., Железняк Г. О. Вища математика. Навчальний посібник. – Київ: Центр навчальної літератури, – 2004. – 368 с.

2. Яковлєва Т. М . Алгебра і початки аналізу: 2 кн.,- К.,1989.

3. Богомолов М. В. Практичні заняття з математики. - К., 1984.

4. Дубовик В. П. Вища математика. Збірник задач. - К., 2001.

**Методичні рекомендації:**

1. Підготувати письмові відповіді на питання самоконтролю.

2. Розв’язати вправи.

3. Робота з підручником для самостійного вивчення.

**Питання для самоконтролю:**

1. Сформулюйте означення та основні властивості функцій.

2. Які основні перетворення графіків функцій ви знаєте?

3. Які ви знаєте застосування функцій в економіці?

4. Сформулюйте означення неперервності функції в точці та на відрізку.

5. Які ви знаєте точки розриву функції та їх класифікацію?

6. Сформулюйте основні теореми про неперервні функції.

**Вправи для самоперевірки:**

1. Знайти область визначення функцій:

а) ; б) .

2 . Знайти границі функції:

а) ; б) ;

в) ; г) .

**Тема 7. Похідна функції. Застосування похідної.**

Повторення поняття похідної, її фізичний та геометричний зміст. Правила диференціювання. Складена функція та її похідна. Економічний зміст похідної. Темп росту та коефіцієнт еластичності.

**Питання для самостійної роботи:**

1. Означення похідної функції в точці.

2. Геометричний зміст похідної.

3. Фізичний зміст похідної.

4. Економічний зміст похідної.

5. Темп росту та коефіцієнт еластичності.

6. Похідна складеної функції.

**Література:**

1. Литвин І.І., Конончук О. М., Железняк Г. О. Вища математика. Навчальний посібник. – Київ: Центр навчальної літератури, – 2004. – 368 с.

2. Яковлєва Т. М . Алгебра і початки аналізу: 2 кн.,- К.,1989.

3. Богомолов М. В. Практичні заняття з математики. - К., 1984.

4. Дубовик В. П. Вища математика. Збірник задач. - К., 2001.

**Методичні рекомендації:**

1. Підготувати письмові відповіді на питання самоконтролю.

2. Розв’язати вправи.

3. Робота з підручником для самостійного вивчення.

**Питання для самоконтролю:**

1. Сформулюйте означення похідної функції в точці.

2. Що Ви розумієте під поняттями геометричний та фізичний зміст похідної?

3. В чому полягає економічний зміст похідної?

4. Що означає темп росту та коефіцієнт еластичності функції? Наведіть приклади.

5. Як знайти похідні вищих порядків?

**Вправи для самоперевірки:**

1. Обчислити значення похідної функції в точці:

а) ; б) .

2. Записати рівняння дотичної і нормалі до графіка функції 

в точці з абсцисою .

3. Матеріальна точка рухається прямолінійно за законом 

( – вимірюється в метрах,  – у секундах). У який момент часу швидкість точки дорівнюватиме ?

4. Залежність між собівартістю одиниці продукції(тис. грв.) і випуском продукції (млн. грн.) виражена формулою . Знайти еластичність собівартості при випуску продукції, яка дорівнює млн.грн.

Зростання, спадання функції. Достатня умова монотонності. Екстремум функції. Необхідна і достатня умови існування екстремуму.

**Питання для самостійної роботи:**

1. Означення зростання і спадання функції.

2. Необхідна умова зростання і спадання функції.

3. Означення точок екстремуму та екстремумів функції.

4. Необхідна і достатня умови існування екстремуму.

5. Схема дослідження функції на монотонність і екмтремуми.

6. Асимптоти кривої та їх знаходження.

**Література:**

1. Литвин І.І., Конончук О. М., Железняк Г. О. Вища математика. Навчальний посібник. – Київ: Центр навчальної літератури, – 2004. – 368 с.

2. Яковлєва Т. М . Алгебра і початки аналізу: 2 кн.,- К.,1989.

3. Богомолов М. В. Практичні заняття з математики. - К., 1984.

4. Дубовик В. П. Вища математика. Збірник задач. - К., 2001.

**Методичні рекомендації:**

1. Підготувати письмові відповіді на питання самоконтролю.

2. Розв’язати вправи.

3. Робота з підручником для самостійного вивчення.

**Питання для самоконтролю:**

1. Як знайти проміжки зростання (спадання) функції?

2. Як знайти точки мінімуму і максимуму функції?

3. Розкажіть покроково схему дослідження функції на монотонність та екстремуми.

**Вправи для самоперевірки:**

1. Дослідити функцію на монотонність та екстремуми:

; .

2. Знайти асимптоти кривих:

 

**Тема 8. Диференціальне числення функції багатьох змінних.**

Основні види економічних задач на застосування властивостей функцій багатьох змінних та їх розв’язання.

**Питання для самостійної роботи:**

1. Основні поняття функції багатьох змінних, границя та неперервність. Способи задання функцій багатьох змінних. Лінії рівня.

2. Частинні похідні першого порядку. Диференціювання функції багатьох змінних першого порядку.

3. Частинні похідні вищих порядків. Диференціал ІІ-го порядку.

4. Повний диференціал. Градієнт.

5. Економічний зміст частинних похідних.

**Література:**

1. Литвин І.І., Конончук О. М., Железняк Г. О. Вища математика. Навчальний посібник. – Київ: Центр навчальної літератури, – 2004. – 368 с.

2. Яковлєва Т. М . Алгебра і початки аналізу: 2 кн.,- К.,1989.

3. Богомолов М. В. Практичні заняття з математики. - К., 1984.

4. Дубовик В. П. Вища математика. Збірник задач. - К., 2001.

**Методичні рекомендації:**

1. Підготувати письмові відповіді на питання самоконтролю.

2. Розв’язати вправи.

3. Робота з підручником для самостійного вивчення.

**Питання для самоконтролю:**

1. Що називається функцією багатьох змінних?

2. Як знайти частинні похідні першого порядку функції двох змінних?

3. Як знайти частинні похідні другого порядку функції двох змінних?

4. Який вигляд має повний диференціал для функції двох змінних?

5. В чому полягає економічний зміст частинних похідних?

**Вправи для самоперевірки:**

1. Знайти частинні похідні функції .

2. Знайти повний диференціал функції 

3. Знайти повний диференціал функції .

4. Для випуску деякого товару визначена виробнича функція  де  – чинники виробництва. Дослідити:

1. закон зміни виробничої функції за кожним чинником;
2. еластичність функції за кожним чинником;
3. коефіцієнт еластичності за чинниками при .

5. Дослідити на екстремум функцію .

**Запитання до змістового модуля №3**

1. Що називається функцією двох змінних ?

2. Що називається функцією багатьох змінних?

3. Що називається похідною функції?

4. Які ви знаєте правила диференціювання?

5. Що називається диференціалом неявної функції?

6. Що таке частинна похідна по ?

7. Що таке частинна похідна по ?

8. Як можна сформулювати загальне означення частинних похідних?

9. Що називається частинною похідною другого порядку?

10. Що називається мішаною частинною похідною другого порядку?

11. Що називається диференціалом першого порядку?

12. Що називається диференціалом другого порядку?

13. Як наближено обчислити числове значення функції за допомогою диференціала?

14. Як дослідити функцію на екстремум?

15. Як з’ясувати чи є функція парною?

16. Як знайти асимптоти графіка функції?

17. Як знайти точки перетину графіка з осями координат?

18. Як знайти проміжки опуклості графіка функції?

19. Як знайти найбільше та найменше значення функції на відрізку?

**Змістовий модуль 4. Інтегральне числення функції однієї змінної**

**Тема 9. Невизначений інтеграл.**

Інтегрування найпростіших дробово-раціональних функцій. Інтегрування ірраціональних та тригонометричних функцій

**Питання для самостійної роботи:**

1. Основні методи знаходження невизначеного інтегралу.

2. Інтегрування найпростіших дробово-раціональних функцій.

3. Інтегрування ірраціональних та тригонометричних функцій.

**Література:**

1. Литвин І.І., Конончук О. М., Железняк Г. О. Вища математика. Навчальний посібник. – Київ: Центр навчальної літератури, – 2004. – 368 с.

2. Яковлєва Т. М . Алгебра і початки аналізу: 2 кн.,- К.,1989.

3. Богомолов М. В. Практичні заняття з математики. - К., 1984.

4. Дубовик В. П. Вища математика. Збірник задач. - К., 2001.

**Методичні рекомендації:**

1. Підготувати письмові відповіді на питання самоконтролю.

2. Розв’язати вправи.

3. Робота з підручником для самостійного вивчення.

**Питання для самоконтролю:**

1. Які методи інтегрування Ви знаєте?

2. Схема знаходження інтегралу від дробово-раціональної функції.

3. Схема знаходження інтегралу від ірраціональних та тригонометричних функцій.

**Вправи для самоперевірки:**

1. Знайти інтеграли:

а) ; б) ; в) .

2. Знайти інтеграли:

а) ; б) .

3. Знайти інтеграли:

а) ; б) .

**Тема 10. Визначений інтеграл та його застосування.**

Обчислення площі криволінійної трапеції та площ плоских фігур за допомогою визначеного інтеграла.

**Питання для самостійної роботи:**

1. Знаходження площі криволінійної трапеції.

2. Знаходження площі фігури, обмеженої лініями.

3. Знаходження об’єму тіла обертання.

**Література:**

1. Литвин І.І., Конончук О. М., Железняк Г. О. Вища математика. Навчальний посібник. – Київ: Центр навчальної літератури, – 2004. – 368 с.

2. Яковлєва Т. М . Алгебра і початки аналізу: 2 кн.,- К.,1989.

3. Богомолов М. В. Практичні заняття з математики. - К., 1984.

4. Дубовик В. П. Вища математика. Збірник задач. - К., 2001.

**Методичні рекомендації:**

1. Підготувати письмові відповіді на питання самоконтролю.

2. Розв’язати вправи.

3. Робота з підручником для самостійного вивчення.

**Питання для самоконтролю:**

1. Які основні властивості визначеного інтеграла Ви знаєте?

2. Які методи обчислення визначеного інтеграла Ви знаєте?

3. Які основні задачі розв’язують з використанням визначеного інтегралу?

**Вправи для самоперевірки:**

1. Обчисліть визначені інтеграли:

а) ;

б) ;

в) .

2. Знайти площу фігури, обмеженої лініями:

а) 

б) 

в) 

**Тема 11. Диференціальні рівняння.**

Лінійні та однорідні диференціальні рівняння. Рівняння в повних диференціалах. Рівняння, що допускають пониження порядку.

**Питання для самостійної роботи:**

1. Означення диференціального рівняння

2. Основні поняття диференціального рівняння.

3. Загальний та частковий розв’язки диференціального рівняння. Задача Коші.

4. Однорідні диференціальні рівняння.

5. Лінійні диференціальні рівняння.

6. Рівняння в повних диференціалах.

**Література:**

1. Литвин І.І., Конончук О. М., Железняк Г. О. Вища математика. Навчальний посібник. – Київ: Центр навчальної літератури, – 2004. – 368 с.

2. Яковлєва Т. М . Алгебра і початки аналізу: 2 кн.,- К.,1989.

3. Богомолов М. В. Практичні заняття з математики. - К., 1984.

4. Дубовик В. П. Вища математика. Збірник задач. - К., 2001.

**Методичні рекомендації:**

1. Підготувати письмові відповіді на питання самоконтролю.

2. Розв’язати вправи.

3. Робота з підручником для самостійного вивчення.

**Питання для самоконтролю:**

1. Яке рівняння називається диференціальним?

2. Що означає знайти загальний розв’язок диференціального рівняння?

3. Що означає розв’язати задачу Коші?

4. Як розв’язати однорідне диференціальне рівняння?

5. Як розв’язати лінійне диференціальне рівняння?

**Вправи для самоперевірки:**

1. Знайти загальний розв’язок рівняння:

|  |  |
| --- | --- |
| а) | б) |
| в) | г) |
| г) | д) |

2. Знайти частковий розв’язок рівняння:

а) 

б) 

Задачі на складання диференціальних рівнянь економічного змісту.

**Питання для самостійної роботи:**

1. Означення диференціального рівняння

2. Основні поняття диференціального рівняння.

3. Загальний та частковий розв’язки диференціального рівняння. Задача Коші.

4. Диференціальні рівняння першого порядку з відокремленими змінними

5. Лінійні та однорідні диференціальні рівняння.

**Література:**

1. Литвин І.І., Конончук О. М., Железняк Г. О. Вища математика. Навчальний посібник. – Київ: Центр навчальної літератури, – 2004. – 368 с.

2. Яковлєва Т. М . Алгебра і початки аналізу: 2 кн.,- К.,1989.

3. Богомолов М. В. Практичні заняття з математики. - К., 1984.

4. Дубовик В. П. Вища математика. Збірник задач. - К., 2001.

**Методичні рекомендації:**

1. Підготувати письмові відповіді на питання самоконтролю.

2. Розв’язати вправи.

3. Робота з підручником для самостійного вивчення.

**Питання для самоконтролю:**

1. Яке рівняння називається диференціальним?

2. Що означає знайти загальний розв’язок диференціального рівняння?

3. Що означає розв’язати задачу Коші?

4. Які види задач на складання диференціальних рівнянь ви знаєте?

**Вправи для самоперевірки:**

1. Запишіть рівняння кривої, яка проходить через точку  і має дотичну з кутовим коефіцієнтом .

2. Число інвестиції задано функцією . Визначте приріст капіталу за три роки. Дослідити, скільки пройде років до моменту, коли приріст капіталу становитиме 50000.

3. Продуктивність праці робітника протягом робочого дня визначається функцією , де  – час у годинах. Дослідити, яка кількість  вироблено продукції за 8 годин робочого дня

4. Дослідом встановлено, що швидкість розпаду радію в кожний момент часу пропорційна початковій кількості радію. У початковий момент часу  було  г радію. Записати формулу для обчислення кількості радію в будь-який момент часу .

**Запитання до змістового модуля №4**

1. Поняття первісної функції.

2. Поняття невизначеного інтеграла.

3. Основні властивості невизначеного інтеграла.

4. Основні формули інтегрування.

5. Основні способи інтегрування.

6. Метод підстановки у невизначеному інтегралі.

7. Інтегрування частинами.

8. Задача про площу криволінійної трапеції.

9. Означення визначеного інтеграла.

10. Властивості визначеного інтеграла.

11. Формули Ньютона - Лейбніца.

12. Заміна змінної у визначеному інтегралі.

13. Площа плоскої фігури в декартових координатах.

14. Об’єм тіла обертання.

15. Площа поверхні обертання.

**Перелік питань і рекомендованої літератури для рефератів**

|  |
| --- |
| 1. Тригонометричні функції кута. Радіанне вимірювання кутів. |
| 2. Тригонометричні функції числового аргументу. |
| 3.Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу. Формули зведення. |
| 4. Теореми синусів, косинусів. |
| 5. Властивості та графіки тригонометричних функцій. |
| 6. Властивості та графіки обернених тригонометричних функцій. |
| 7. Площі прямокутника, паралелограма, ромба, трапеції. |
| 8. Обчислення площ многокутників. |
| 9. Площі бічних поверхонь призми, піраміди, конуса, циліндра, сфери. |
| 10. Обчислення площ поверхонь комбінованих тіл. |
| 11. Об’єми геометричних тіл (призми, піраміди, зр. піраміди, циліндра, конуса, кулі, зр. конуса). |
| 12. Предмет та метод аналітичної геометрії. |
| 13. Система координат. Полярна система координат. Перехід від прямокутної декартової до полярної системи координат. |
| 14. Визначники 2-го і 3-го порядку, їх властивості та обчислення. Формули Крамера. |
| 15. Задача лінійного програмування. Поняття про симплекс-метод. |
| 16. Векторні та скалярні величини. Операції над векторами. |
| 17. Вектори в системі координат. Скалярний добуток. Поділ відрізка в заданому відношенні. |
| 18. Вектори в системі координат. Довжина вектора. Відстань між двома точками. Кут між векторами. Напрямні кута. |
| 19. Векторний добуток 2-х векторів, його властивості. |
| 20. Похідна функції. Геометричний та фізичний зміст похідної. Правила диференціювання. |
| 21. Диференціал функції. Його застосування до наближених обчислень. |
| 22. Поняття первісної функції та невизначеного інтеграла. |
| 23. Основні способи інтегрування. |
| 24. Площа плоскої фігури в декартових координатах. |
| 25. Диференціальне рівняння 1-го порядку з відокремленими змінними. |
| 26. Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку. |
| 27. Поняття про диференціальні рівняння вищих порядків. |

**Запитання на екзамен**

1. Визначники другого та третього порядків. Властивості визначників.

2. Мінори та алгебраїчні доповнення до елементів визначника. Розклад визначника за елементами рядка або стовпця.

3. Матриці. Дії над матрицями.

4. Обернена матриця, її обчислення.

5. Поняття системи *m* - лінійних рівнянь з *п* - змінними. Формули Крамера

для розв’язування систем лінійних рівнянь.

6. Поняття системи *m* - лінійних рівнянь з *п* - змінними. Розв’язування систем лінійних рівнянь методом Гаусса, матричним методом.

7. Пряма на площині. Різні види рівнянь прямої на площині.

8. Кут між двома прямими. Умови паралельності та перпендикулярності прямих.

9. Поняття про криві другого порядку на площині. Криві другого порядку: коло.

10. Еліпс, канонічне рівняння та властивості.

11. Гіпербола, її канонічне рівняння та властивості.

12. Парабола, її канонічне рівняння та властивості.

13. Границя функції в точці та на нескінченності. Основні теореми про границі.

14. Похідна функції, її геометричний та фізичний зміст .

15. Правила знаходження похідних. Таблиця похідних.

16. Складена функція та її похідна. Похідні вищих порядків.

17. Диференціал та його властивості. Геометричний зміст диференціала.

18. Застосування диференціала функції до наближених обчислень.

19. Застосування диференціального числення до дослідження функції на монотонність та локальний екстремум.

20. Опуклість та вгнутість кривих. Точки перегину графіка функції.

21. Дослідження функції на найменше і найбільше значення на відрізку.

22. Асимтоти кривої та їх знаходження.

23. Загальна схема дослідження функції та побудова графіків.

24. Первісна функції. Правила знаходження первісних.

25. Невизначений інтеграл та його властивості. Таблиця основних інтегралів.

26. Обчислення невизначеного інтегралу безпосередньо.

27. Обчислення невизначеного інтегралу методом заміни змінної.

28. Обчислення невизначеного інтегралу частинами.

29. Визначений інтеграл та його властивості, формула Ньютона- Лейбніца.

30. Основні методи обчислення визначених інтегралів.

31. Застосування визначеного інтегралу для обчислення площ плоских фігур.

32. Застосування визначеного інтегралу для обчислення об’ємів тіл обертання.

33. Диференціальні рівняння. Основні поняття і означення. Задача Коші. Розв’язування диференціальним рівнянь з відокремленими змінними.

Для нотаток